## XII Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych

Poziom I

**(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów z r. szk. 2011/2012)**

**Etap powiatowy**

**25 luty 2012, godzina 10.00**

**(150 minut)**

1. Ktoś na pytanie, jaki jest numer jego biletu, odpowiedział: „Wszystkie cyfry numeru mojego biletu są różne. Jeśli dodać wszystkie sześć liczb dwucyfrowych, które można otrzymać z cyfr numeru biletu, to połowa otrzymanej sumy jest numerem mojego biletu". Jaki numer miał bilet?
2. Uprość wyrażenie: $\left(\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}\right)\cdot\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$.
3. W trójkącie o bokach 8cm, 15cm, 17cm, obliczyć odległość środka okręgu opisanego na trójkącie od środka okręgu wpisanego w trójkąt.
4. Łącząc środki kolejnych boków pięciokąta wypukłego otrzymano łamaną o długości 2012. Oblicz sumę długości wszystkich przekątnych tego pięciokąta.
5. Rozwiąż układ równań w liczbach rzeczywistych: $\begin{cases} xy = x^2y^2 \\ 3(x^2y+xy^2)=5(x-y) \end{cases}$.

**Powodzenia!**

---

## XII Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych

Poziom II

**(klasy drugie liceum i trzecie technikum z r. szk. 2011/2012)**

**Etap powiatowy**

**25 luty 2012, godzina 10.00**

**(150 minut)**

1. Wykaż, że jeśli liczby rzeczywiste a, b, c spełniają warunek:
   $(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2=(a+b-2c)^2+(b+c-2a)^2+(a+c-2b)^2$,
   to $a=b=c$.
2. Na bokach AB, BC i CA trójkąta ABC obrano odpowiednio punkty K, L, M w ten sposób, że $|AK|=\frac{1}{4}|AB|$, $|BL|=\frac{1}{5}|BC|$ $i$ $|CM|=\frac{2}{3}|CA|$. Oblicz stosunek pól trójkątów KLM i ABC.
3. Oblicz wartość wyrażenia $x^2+y^2+z^2$, jeśli wiadomo, że
   $x+y+z=5$ oraz $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$.
4. Wykaż, że jeżeli a i b są pierwiastkami równania $x^2+kx-3=0$ oraz b i c są pierwiastkami równania $x^2+nx-5=0$, to wyrażenie $(a-b)(b-c)+kn$ ma stałą wartość.
5. Usuń niewymierność z mianownika: $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt[3]{5}+\sqrt[6]{5}}$.

**Powodzenia!**